

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ  
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
РОССИЙСКАЯ АССОЦИАЦИЯ НЕЙРОИНФОРМАТИКИ  
МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
ИНСТИТУТ ОПТИКО-НЕЙРОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ РАН

---

**НАУЧНАЯ СЕССИЯ МИФИ–2007**

**НЕЙРОИНФОРМАТИКА–2007**

**IX ВСЕРОССИЙСКАЯ  
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ  
КОНФЕРЕНЦИЯ**

**ЛЕКЦИИ  
ПО НЕЙРОИНФОРМАТИКЕ**

**Часть 1**

По материалам Школы-семинара  
«Современные проблемы нейронной информатики»

Москва 2007

УДК 001(06)+004.032.26 (06) Нейронные сети  
ББК 72я5+32.818я5  
М82

**НАУЧНАЯ СЕССИЯ МИФИ–2007. IX ВСЕРОССИЙСКАЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «НЕЙРОИНФОРМАТИКА–2007»: ЛЕКЦИИ ПО НЕЙРОИНФОРМАТИКЕ. Часть 1.** – М.: МИФИ, 2007. – 178 с.

В книге публикуются тексты лекций, прочитанных на Школе-семинаре «Современные проблемы нейроинформатики», проходившей 24–26 января 2007 года в МИФИ в рамках IX Всероссийской конференции «Нейроинформатика–2007».

Материалы лекций связаны с рядом проблем, актуальных для современного этапа развития нейроинформатики, включая ее взаимодействие с другими научно-техническими областями.

Ответственный редактор  
*Ю. В. Тюменцев*, кандидат технических наук

ISBN 5–7262–0708–4    © *Московский инженерно-физический институт  
(государственный университет), 2007*

## Содержание

|   |           |
|---|-----------|
| <b>А. А. Ежов. Сознание, рефлексия и многоагентные системы</b>        | <b>11</b> |
| Введение . . . . .  | 12        |
| Можно ли объяснить сознание и что понимать под его объяснением?       | 13        |
| Анозогнозия: Теоретический аспект . . . . .                           | 14        |
| Анозогнозия: Практический аспект . . . . .                            | 15        |
| Самосознание . . . . .  | 17        |
| Математическая психология и экономический агент . . . . .             | 18        |
| Этические системы и доминантность . . . . .                           | 22        |
| Модель агентов, обладающих двумя ресурсами . . . . .                  | 24        |
| Клеточная модель мира . . . . .                                       | 27        |
| Модель с отсутствием взаимодействий между агентами . . . . .          | 29        |
| Правополушарная стратегия . . . . .                                   | 31        |
| Левополушарная стратегия: Распределение Гиббса . . . . .              | 32        |
| Взаимодействие агентов . . . . .                                      | 35        |
| Самовоздействие агентов . . . . .                                     | 39        |
| Об общем случае взаимодействия агентов . . . . .                      | 40        |
| Правополушарная стратегия: Распределение Бозе-Эйнштейна . . . . .     | 42        |
| Левополушарная стратегия: Распределение Ферми-Дирака . . . . .        | 44        |
| Переключение полушарий и промежуточная квантовая статистика . . . . . | 46        |
| Заключение . . . . .  | 49        |
| Литература . . . . .  | 49        |

**А. А. ЕЖОВ**

Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований,  
г. Троицк, Московская область  
**E-mail: ezhov@triniti.ru**

## **СОЗНАНИЕ, РЕФЛЕКСИЯ И МНОГОАГЕНТНЫЕ СИСТЕМЫ**

### **Аннотация**

Данная лекция, прочитанная на Школе-семинаре во время конференции «Нейроинформатика–2006», является результатом безуспешной попытки подготовить лекцию по многоагентным системам для студентов Экономико-аналитического института МИФИ и имеет отношение к одному из вопросов, обсуждавшихся тогда на Круглом столе по проблемам сознания, а именно: «*Можно ли объяснить сознание в рамках классической физики?*» В ней мы пытаемся показать, что изучение сознания может потребовать знания статистической физики (а не только квантовой механики, как принято считать физиками). Лекция может рассматриваться как расширенный комментарий к статье *A. A. Ezhov and A. Yu. Khrennikov. Agents with left and right brain dominant hemispheres and quantum statistics // Physical Review, E71, 016138, 2005.*

**A. A. EZHOV**

Troitsk Institute of Innovation and Fusion Research,  
Troitsk, the Moscow Region  
**E-mail: ezhov@triniti.ru**

## **CONSCIOUSNESS, REFLECTION AND MULTIAGENT SYSTEMS**

### **Abstract**

This Lecture given for the Tutorial Session at the Neuroinformatics-2006 Conference represents an unsuccessful attempt to prepare a lecture about multiagent systems for students of Economics and Analytics Institute at the Moscow Engineering and Physical Institute (MEPhI). The Lecture concerns one of questions discussed on the Round Table discussion held at the Conference and devoted to the consciousness problem. The question was formulated as: “May we explain the consciousness within the framework of the classical physics?” We try to demonstrate that statistical physics knowledge can be needed to study of the consciousness (not quantum mechanics only as physicists think usually). The Lecture can be considered as some extended comment for the article: *A. A. Ezhov and A. Yu. Khrennikov. Agents with left and right brain dominant hemispheres and quantum statistics // Physical Review, E71, 016138, 2005.*

## Введение

Потерял сознание, очнулся —  
Гиббс . . .

*Из фольклора*

Данная лекция не была бы произнесена устно без помощи *Андрея Юрьевича Хренникова, Андрея Григорьевича Хромова и Лидии Александровны Крайко*, и не была бы написана без поддержки *Юрия Владимировича Тюменцева*, которым автор выражает свою искреннюю благодарность.

В лекции обсуждаются следующие вопросы

- сознание и его дефицит;
- рефлексия по Лефевру;
- логика и физический мир;
- многоагентные системы и квантовые статистики.

Первый вопрос, на который однако надо ответить — а почему именно здесь и сейчас мы должны говорить о сознании? Может быть лучше поговорить о чем-то другом?

В 1999 году у нас была *«Дискуссия о нейрокомпьютерах — 10 лет спустя»* и в ее ходе *Сергей Александрович Шумский* резонно заметил ([1], с. 33):

Десять лет назад была дискуссия и было решено, что главная проблема — это проблема внимания. Теперь опять говорим, что проблема внимания не решена. Значит она не главная, значит она не востребованная. Кто мне докажет, что понимание того, как человек мыслит и воспринимает мир, именно сейчас позарез нужно мировой экономике?

Вопрос правильный, и необходимость дискутировать *о сознании* здесь и сейчас надо тоже доказывать.

Кто только не изучает сознание! Неполный список включает философов, психологов, специалистов по когнитивным наукам, нейрофизиологов, физиков (некоторых), социологов, экономистов (немногих), медиков (психиатров) и всех, кому не лень (включая докладчика). Вопрос — зачем они это делают?

Вообще-то, для многих это вопрос *практический*. Например, для поступающих в аспирантуру. Всем аспирантам предстоит сдавать кандидатские

экзамены. Раньше сознание изучалось в курсе философии, и все соискатели знали, по крайней мере, что «*материя первична, а сознание вторично*». Теперь философии нет, а есть *история и философия науки*. Изучение программы этого эпохального курса вдоль и поперек показывает, что о сознании там практически не упоминается, а если упоминается, то в специальном разделе «*философских проблем астрономии и космологии*», где есть тема происхождения сознания, по-видимому, оно происходит где-то в космических глубинах. На Земле сознание, видимо, еще не произошло, или было частично потеряно (после 1991 года).

В качестве безусловно положительного нововведения программа устанавливает (наконец-то!) связь с тематикой конференции по нейроинформатике. В одном из рекомендуемых аспирантам пособий сказано:

Искусственный нейропроцессор профессионала (профессора, доктора наук и т. д.) заменить может<sup>1</sup>. Однако ученого — не может.

Именно этот «*караул!*» автор и предлагает как одно из оправданий разговора о сознании.

### **Можно ли объяснить сознание и что понимать под его объяснением?**

Так звучит первый вопрос нашего Круглого стола. Но, этот вопрос лучше оставить. Во-первых, как писал *Михаил Евграфович Салтыков-Щедрин* в *Истории одного города*:

А так как вопрос этот длинный, а руки у них короткие, то очевидно, что существование вопроса только поколеблет их твердость в бедствиях, но в положении существенного улучшения все-таки не сделает.

Во-вторых, те кто изучал в аспирантуре *философию*, должны помнить о мысли одного ныне забытого немецкого мыслителя, что проблема не в том, чтобы «*объяснить мир, а в том, чтобы его изменить*». К сознанию это относится в полной мере.

Итак, главное понять, как изменить сознание? Зачем это нужно? И тут мы подходим к такой волнующей теме, как анозогнозия.

---

<sup>1</sup>На одном из сайтов так и сказано: *Клямкин Александр Моисеевич*, доктор философских наук, процессор.

### Анозогнозия: Теоретический аспект

С некоторым трепетом я бы попросил моего терпеливого читателя ознакомиться в «Справочнике по психическим заболеваниям», известном среди психиатров как DSM-III, с заболеванием, называемым *анозогнозией*. Этот синдром, которым в тот или иной период своей жизни страдает от 30 до 70% популяции. . . , в котором люди воспринимаются как мертвые или как машины. . . Я думаю, что читатель может допустить, что этим синдромом ежедневно страдали люди в период холодной войны, и, что более важно, многие из тех, о котором пишется в этой книге.

---

*Филип Миrowsки. Сны машин. Экономика становится киборг-наукой.*

*Анозогнозия* (а + греч. *posos* — болезнь, *gnosis* — знание). Этот синдром *неосознания болезни*, который наблюдается при некоторых психозах (например, при шизофрении) и органических поражениях головного мозга, был описан французским врачом *Бабинским* еще в 1914 году. Но только в 80-е годы он привлек пристальное внимание именно в связи с изучением сознания. Проявление анозогнозии легко описать на примере.

При поражении правого полушария головного мозга, часто развивается паралич левых конечностей (*гемиплегия*). У 50% таких больных наблюдается *анозогнозия при гемиплегии* — они не осознают, что парализованы.

На указание, что левая рука не движется больной говорит:

- Вот, пожалуйста — я ее поднял, а вот — опустил.
- А какая же рука лежит слева от Вас на кровати?
- Видимо ваша, доктор.
- Ну похлопайте двумя руками.
- Похлопал.
- А почему тихо?
- Потому что — я культурный человек.
- А пройти не можете?
- Да только что ходил за газетами — вот прилег отдохнуть.

Больной анозогнозией способен сочинить любую фантастическую историю, доказывающую его полное здоровье. Правое полушарие у него страдает. Левое работает на полную катушку, то есть самозабвенно отрицает

действительность.

Индийский доктор *Виляяну Рамачандран* объясняет анозогнозию тем, что схема нашего тела хранится в правом полушарии и при его поражении сохраняется, без модификаций. Поэтому больной ориентируется на устаревшую информацию. Однако, анозогнозия развивается и при других болезнях — при слепоте это так называемый синдром Антона, имеется также алкогольная анозогнозия.

Правое полушарие, как полагают, связано с осознанием нас как личности, и его поражение приводит к такому удивительному дефекту самосознания. Заметим, что есть данные о том что анозогнозия проявляется и при поражении левого полушария, но нарушения речи в этом случае затрудняют ее обнаружение.

Тем не менее, наиболее распространенным (и вопиющим) является связь анозогнозии с поражением именно правого полушария. В этом случае для лечения применяется метод калорической терапии, при которой больному в левое ухо вливается ледяная вода, что стимулирует правое полушарие головного мозга. На некоторое время к больному приходит осознание недуга, однако, он при этом не признает, что ранее отрицал его наличие у себя. Когда же лечебный эффект проходит, больной вновь утверждает, что совершенно здоров и отрицает, что ранее признавал болезнь.

### **Анозогнозия: Практический аспект**

Здоровых нет — есть  
необследованные.

---

*Аксиома психиатрии.*

Все это имело бы мало отношения к нашей жизни, если бы явления сходные с анозогнозией не наблюдались у доброй половины человечества в той или иной период жизни (смотри эпиграф к предыдущему разделу). Похоже, разбаланс полушарий, или, может быть, дефицит активности правого полушария, встречаются на каждом шагу без явных признаков органических повреждений или иных заболеваний.

Многие люди как бы не видят окружающих бед, отказываются их признавать и начинают городить изысканнейшую чушь, чтобы уйти от неприятных вопросов.



В связи с недавней оглушительно провальной попыткой экранизации *Мастера и Маргариты* на одном из интернет-форумов была приведена интересная мысль по поводу интерпретации замысла романа, говорящая о том, что врач *Булгаков* об анозогнозии знал, а может и страдал от нее.

Вообще роман о том, как нежелание признать одну свою фатальную ошибку и бег от реальности приводят к совершенно безумным последствиям и концепциям и как человек способен выстроить сложнейшие теории и устроить вереницу жертвоприношений ради того, чтобы превратить свои преступления в свои достижения<sup>2</sup>.

Переписывание истории также может быть объяснено заболеванием, хотя иногда в этом может проявляться простая корысть.

15 января 2006 года в передаче *В. Т. Третьякова «Что делать?»* несколько историков, жмурясь от предвкушения обещанного финансирования, рассказывали о заказе на переписывание истории России, при котором из нее исчезла бы Киевская Русь: «Ведь не может же история одного государства начинаться на территории другого государства!» Обсуждалось, с чего начать — с Новгорода, или уж прямо — с татаро-монгольского нашествия.

Все это, увы, имеет отношение и к экономике, и к политике. Для иллюстрации приведем еще один случай, который не нуждается в комментариях.

#### **Случай с больным Г.**

Г. рассердился и выпалил: Никакого роста смертности в России нет! . . . Вот у нас научный эксперт, он объяснит. Эксперт В. привел «научный» аргумент. . . РФ перешла на западную методику учета рождаемости. Раньше. . . младенцев, родившихся с весом менее 700 г. . . , не включали в статистику рождений, а теперь включают. А они, бедные, поголовно умирают, что и дает жуткий прирост смертности.

(*С. Г. Кара-Мурза. Идеология и мать ее наука // Независимая газета, 5 декабря 2005 года*)

Низкую рождаемость в России и раннюю смертность мужчин Г. объяснил установкой СССР на равноправный доступ женщин к тяжелому физическому труду и тягой сильного пола к алкоголю.

<sup>2</sup>Конечно, на такую интерпретацию может всегда последовать ироничный комментарий: «Тема кровавой гэбни не раскрыта! Низачот!»

## Самосознание

Анозогнозия выявляет важную роль, которую играет в самосознании правое полушарие головного мозга. И, хотя уже отмечалась возможное возникновение такого расстройства и при поражении левого полушария [52], существуют другие указания на основополагающую роль именно правой части мозга. Одно из таких свидетельств дает узнавание себя в зеркале.

Известно, что такой способностью, кроме людей, обладают лишь некоторые высшие приматы и дельфины.

Роль правого полушария в распознавании себя людьми была продемонстрирована *Кенаном* и сотрудниками [53]. В этих экспериментах больным с анестезией левого или правого полушария показывалась фотография, являющаяся химерой, составленной из фотографии испытуемого и известной личности (для женщин — *Мэрилин Монро*). Испытуемые, у которых было отключено правое полушарие сообщали впоследствии, что им показывали известную персону. И лишь отключение левого полушария (при активности правого) позволяло им сообщить о том, что они видели себя.

В экспериментах *Газзаниги* и сотрудников [54] аналогичные химерные изображения показывались больным с расщепленным мозгом. Изображения содержали смесь фотографии больного и известного ему человека (конкретно, *Газзаниги*), так что доля больного менялась от 100% до 0%. В этих экспериментах на вопрос «Это Вы?» правое полушарие отвечало утвердительно, только если доля себя в изображении была более 70%. А левое «узнавало» себя, когда эта доля была уже порядка 30%. На этом основании делался вывод, что, напротив, левое полушарие ответственно за узнавание себя.

Наоборот, правое полушарие узнавало в изображении другого, если его доля была невелика. А для левого полушария требовалось 70% другого, чтобы его распознать. Поэтому, правое полушарие признавалось ответственным для распознавания другого.

Однако, эти же результаты могут интерпретироваться и по-другому.

В случае изображения, содержащего лишь малую долю себя, левое полушарие может просто врать врачу, отвечая утвердительно на вопрос «Это Вы?» (вспомним анозогнозию).

В противоположном случае, когда доля чужого в изображении мала правое полушарие может испытывать затруднение при построении отрицания при формулировке ответа на вопрос: «Это Майк? (Газзанига)».

В таком случае вывод о роли левого полушария в узнавании себя может

оказаться преждевременным.

Если мы хотим, чтобы изучение сознания (или внимания) было бы *полезно для мировой экономики*, то мы могли бы постараться построить хотя бы примитивные модели сознательных экономических агентов.

Из вышесказанного следует, что правдоподобно сделать их двухполушарными и снабдить именно левое полушарие таких агентов способностью строить отрицания, лишив этой возможности их правое полушарие. В качестве основы таких моделей могут быть положены рефлексивные структуры.

### **Математическая психология и экономический агент**

Когда мы говорим «рефлексия», из глубин нашей немецкой памяти всплывает контекст, в котором подразумевается ни что иное, как сознание. Ну а если мы вспомним, что в рамках немецкого классического идеализма сознание суть всеохватная, все замыкающая на себя реальность, что человек как личность рефлексивно отождествляется с сознанием (как самосознанием), то мы поймем, что посягая на рассмотрение или даже на разгадывание того, что есть рефлексия, мы, даже перестав быть философами, тем не менее притязаем на охват этого пространства целиком.

---

*В. Г. Гегель*

В двадцатом веке стало ясно, что, поскольку люди совершают все возможные иррациональные поступки и делают все возможные когнитивные ошибки, то рациональный агент не подходит для построения экономических моделей. Поэтому, именно когнитивные науки, частью которых является математическая психология, должны дать знания, необходимые при построении такой модели экономического агента, которая позволила бы описать реальную экономику. В частности, вклад в решение этой проблемы могла бы внести теория рефлексивных систем *Владимира Лефевра* [18]. Удивительным образом, эта теория, положительно воспринятая военными и дипломатами, и, возможно, сыгравшая определенную роль в трагической судьбе нашей страны [19], не была воспринята экономистами. Сам Лефевр говорил об этом так [20].

Первые реально работающие рефлексивные модели появились в конце 70-х годов. Их создание было активно поддержано военными и дипломатами. Однако экономисты встретили их достаточно холодно. Интерес военных и дипломатов стимулировался способностью рефлексивных моделей представлять сложные военно-политические коллизии, ранее находившиеся вне сферы научного рассмотрения. Реакция экономистов требует специального пояснения. В основе экономических моделей лежит представление о человеке как о рациональном существе, стремящемся максимизировать свою выгоду. Такой взгляд на человека уходит своими корнями в политическую экономию XVIII века. Рефлексивные модели внесли в научное представление о человеке новое измерение, связанное с такими категориями, как мораль, совесть и чувство справедливости. Они позволяют отражать ситуации, в которых люди не только стремятся получить материальный доход, но имеют и неутилитарные цели, совершают жертвенные поступки, стремятся выглядеть достойно и в своих собственных глазах, и в глазах других людей.

Центральное место в теории Лефевра играет аксиома, формальное выражение которой дается с помощью функции импликации:

$$c \rightarrow a = a + \bar{c}. \quad (1)$$

Экспоненциальное представление этой функции

$$a^c = c \rightarrow a \quad (2)$$

имеет замечательную интерпретацию, при которой основание ( $a$ ) представляет собой предложение среды агенту сделать добрый ( $a = 1$ ) или злой ( $a = 0$ ) поступок, показатель ( $c$ ) — оценку этого предложения как добро ( $c = 1$ ) или зло ( $c = 0$ ). Значение самой функции импликации определяет интенцию агента, которая может побуждать его сделать добро (1) или зло (0). Поскольку  $0^0 = 1$ , то аксиома алгебры Лефевра гласит, что зло осознанное как зло есть добро. Другие значения функции импликации приведены в табл. 1.

В теории Лефевра агенты могут взаимодействовать друг с другом и это взаимодействие может быть формально представлено выражениями типа

$$a^c * b^d, \quad (3)$$

Таблица 1. Значения функции импликации

| $a$ | $c$ | $a^c$ |
|-----|-----|-------|
| 1   | 1   | 1     |
| 1   | 0   | 1     |
| 0   | 1   | 0     |
| 0   | 0   | 1     |

где знак операции  $*$  может означать как то, что агенты находятся в состоянии конфронтации, так и компромисса. В зависимости от того, какая из операций, сложение или умножение, используется для описания конфронтации (компромисса), получается два варианта теории, которые, как нашло подтверждение в ходе психологических экспериментов, описывают две этические системы, реализованные, в первом случае, в западном мире, а в другом — в СССР и некоторых восточных цивилизациях.

В первой (западной) этической системе, построенной на формальном запрете зла, агенты оценивают конфликт добра и зла позитивно, но, парадоксальным образом, для повышения своего этического статуса стремятся к компромиссу с противником. Во второй (советской) этической системе, построенной на неформальной декларации добра, агенты позитивно оценивают компромисс добра и зла, но, напротив, повышают свой этический статус, вступая в конфликт с противником. Некоторым аналогом представления о существовании двух этических систем может оказаться продемонстрированное *В. П. Масловым* существование двух характерных для капитализма и социализма математик [25]. Согласно Лефевру именно отсутствие автономного механизма разрешения конфликта в СССР (реализовавшегося ранее властью) привело к тому, что в России девяностых годов двадцатого века эту функцию взял на себя криминал, что предопределило негативное развитие общества. Сам Лефевр высоко оценивал собственную роль в окончании холодной войны и разрушении Советского Союза, так как, по его мнению, установленное им знание об особенностях советской этической системы помогло американцам научить советское руководство обманывать свой народ. Практическая рекомендация, вытекающая из метода контролируемой конфронтации, заключается в том, чтобы не требовать от советского правительства громкого подписания компромисс-

ных документов, а представить ему возможность оформлять политические решения официально в одностороннем порядке. Эта история была описана Лефевром в статье [19]. Если Лефевр прав, то это означает, что мы действительно существенно отличаемся от западных людей, что, несомненно, должно было сказаться на результатах проводимых в России экономических экспериментов по стандартам иной этической системы.

Признания Лефевра вызвали острую реакцию *Глеба Павловского*, констатировавшего [21]:

Да, мы превратились в «морально близких» Западу, но по случайности ли одновременно с этим мы стали братвой?

Нельзя ли все же использовать формализм Лефевра для построения интересных многоагентных экономических моделей с нетривиальным поведением, в которых агенты обязаны быть гетерогенными? Заметим, что у Лефевра агенты, принадлежащие разным этическим системам, могут сосуществовать в одном обществе, образуя именно такое гетерогенное сообщество. Но нужны ли экономические модели именно с такими агентами, как у Лефевра?

Наличие и роль ярко выраженной гетерогенности агентов в реальной экономике описано *Биллом Вильямсом* [22]. Вильямс отмечает, что 90% участников рынка — постоянных его неудачников — характеризует доминирование левого полушария головного мозга. Такие агенты рассматривают окружающий их мир как иерархическую систему с жесткой конкуренцией между участниками. Движущими силами поведения агентов с доминантным левым полушарием являются алчность и страх. Эти агенты стремятся достичь успеха, овладевая большим числом формальных теорий и инструментов анализа рынка, но парадоксальным образом это приводит их к поражению (согласно американскому экономисту *Полу Кругману* [23] этих людей, кроме жадности, характеризуют недальновидность, вера в то, что другие — еще глупее, стадное чувство, чрезмерная способность к обобщениям и пр.) Победителями на рынке оказываются, по Вильямсу, агенты с доминантным правым полушарием мозга. Такие агенты рассматривают мир как дружественную сетевую среду с горизонтальными связями (семья, друзья). Они не испытывают чувство страха и спокойно относятся к возможным потерям. Агенты с доминантным правым полушарием принимают решения, основываясь на своей интуиции и на неформальном, конкретном анализе ситуации. Интересно в этой связи отметить, что *Эдгар Петерс* [24] описал причину поражения «ленинского коммунизма» отсутствием чувства

алчности и страха — движущих сил рыночной экономики. Вспоминая Вильямса можно предположить, что эти чувства, действительно нужны рынку, но лишь для того, чтобы сформировать 90% людей, которые лишатся своих денег. По-видимому, на сохранение этого числа и направлены усилия масс-медиа, заполняющие эфир ужасами на все вкусы и играми на миллионы в любой валюте. Так или иначе, гетерогенность агентов, источником которой является межполушарная асимметрия и доминирование одного из полушарий, является плодотворной отправной точкой для построения моделей.

### Этические системы и доминантность

Время — это устройство, не позволяющее событиям заканчиваться сразу после их начала. . .

Пространство — это устройство, препятствующее тому, чтобы все происходило в Кембридже.

---

*Дхарма Кумар*

В статье [3] было выдвинуто предположение, что существование двух этических систем по Лефевру, может быть связано с доминированием у большинства агентов левого (в первой, западной этической системе) и правого (во второй, восточной этической системе) полушарий головного мозга. В поддержку такого соответствия было выдвинуто много аргументов. Рассмотрим еще один.

Связь двойственности смыслов операций сложения и умножения с доминантностью полушарий можно продемонстрировать на следующем примере. Учитывая, что левое полушарие головного мозга обрабатывает временную информацию, а правое — пространственную, рассмотрим два модельных мира, в первом из которых отсутствует пространство, а во втором — время.

В первом *внепространственном* мире (мире *левого* полушария мозга) все происходит в *единственной точке пространства*, но в разные моменты времени.

Во втором *вневременном* мире (мире *правого* полушария мозга) все происходит в *один момент времени*, но в разных его пространственных

точках.

Посмотрим, как можно проинтерпретировать в обоих этих мирах некоторое утверждение о физическом явлении, например такое: «*Вода кипит*» И «*Вода не кипит*».

Во внепространственном мире такое утверждение будет противоречивым только если логическое умножение И понимать как И ОДНОВРЕМЕННО. Действительно, в таком мире вода не имеет протяженности и в данный момент времени может либо кипеть, либо не кипеть. Выражение для соответствующей истинности высказывания «*Вода кипит*» И ОДНОВРЕМЕННО «*Вода не кипит*»:

$$1 \cdot 0 = 0.$$

В то же время выражение «*Вода кипит*» И «*Вода не кипит*» не противоречиво если понимать И как И В ТОЙ ЖЕ ТОЧКЕ (а здесь весь мир — одна точка), поскольку она может кипеть в этом мире в один момент времени и не кипеть в другой. Таким образом, если И интерпретировать таким образом «*Вода кипит*» И В ТОЙ ЖЕ ТОЧКЕ «*Вода не кипит*», то такой операции нужно сопоставит знак сложения:

$$1 + 0 = 1.$$

С другой стороны, во вневременном мире утверждение «*Вода кипит*» И «*Вода не кипит*» является противоречивым если только И будет означать И В ТОЙ ЖЕ ТОЧКЕ. То есть этой операции соответствует не сложение, как в первом случае, а умножение.

А так как во вневременном мире, в котором все происходит одновременно, высказывание «*Вода кипит*» И ОДНОВРЕМЕННО «*Вода не кипит*» не приводит ни к какому противоречию, так как она может кипеть в одной пространственной точке и не кипеть в другой, то И ОДНОВРЕМЕННО соответствует логическому сложению. Окончательно ситуацию иллюстрирует табл. 2.

Итак, как и в алгебре Лефевра, миры левого и правого полушария требуют дополнительного описания логических операций.

Гипотеза о связи этической системы с доминантностью позволяет попробовать, наконец, использовать теорию рефлексивных структур в социальных моделях вообще и в экономике, в частности. Удивительно, что при этом возникает прямая аналогия с физическими системами, описываемыми квантовой статистикой.



Таблица 2. Смысл логических операций во внепространственной и вневременной моделях мира левого и правого полушария головного мозга, соответственно

| Модель мира                              | И В ТОЙ ЖЕ ТОЧКЕ | И ОДНОВРЕМЕННО |
|--|------------------|----------------|
| Внепространственный мир левого полушария | +                | ·              |
| Вневременной мир правого полушария       | ·                | +              |

### Модель агентов, обладающих двумя ресурсами

Для неоклассической экономики характерно наличие у экономического агента единственного оптимизируемого ресурса — так называемой *полезности* (*utility*). В модели, излагаемой ниже, их два, что существенно. Мы представляем эту многоагентную модель, иллюстрирующую возникновение двух различных квантовых статистик — Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака — в дружественной популяции индивидуумов, у которых доминирует правое полушарие мозга, и в конкурентной популяции индивидуумов, у которых доминирует левое полушарие мозга, соответственно. Для этого, мы приводим аргументы в пользу того, что лефевровская алгебра совести может быть использована естественным образом для описания стратегий принятия решения агентами, имитирующими людей, имеющих доминирование разных полушарий мозга. Можно предположить, что возникновение двух главных статистических распределений может иллюстрировать возникновение различных типов организации общества, и может быть также использовано при моделировании явлений на рынке и психических расстройств, в которых может быть задействовано переключение доминирования полушарий.

Изучение социальных и экономических процессов может основываться на использовании многоагентных моделей. В таких моделях каждый агент должен имитировать человека, который должен выживать в окружающей среде, используя для этого правильные стратегии принятия решения и взаимодействуя с другими агентами. Многие из подобных моделей используют нейронные сети для представления агента. Однако, для того чтобы описать

рыночные явления, необходимо сделать этих агентов достаточно разнообразными — гомогенная популяция агентов не имитирует правдоподобным образом поведения рынка. В результате, в популяцию агентов часто искусственным образом вводится гетерогенность. Однако, такая процедура часто носит *ad hoc* характер и в действительности не имеет отношения к знанию о реальной работе мозга и о когнитивных способностях человека. Говоря кратко, нейросетевые модели слишком примитивны для того, чтобы представлять работу мозга, поэтому необходимо искать модель агента более высокого уровня.

Описываемая далее модель естественным образом включает разнообразие стратегий принятия решения агентами, которое обусловлено доминированием различных полушарий мозга человека. Модель эта основывается на ряде предшествующих результатов.

Первый из них связан с пониманием глубинной сути рыночных явлений, описанным *Вильямсом*: можно обнаружить, что неудачники рынка (90% участников) являются лицами, имеющими выраженную доминантность левого полушария. Эти персоны ведомы страхом и алчностью (чувствами рассматриваемыми как необходимые ингредиенты рыночной экономики, например, *Петерсом* [24]) и они явно используют свои логические и математические способности (приписываемые левому полушарию) для принятия решений. Такие левополушарные люди имеют специфическую модель мира, рассматривая его как вертикальную иерархическую структуру, характеризующуюся вечным соперничеством, внезапными падениями и трудным восхождением на верхние ступени социальной иерархии. С другой стороны, рыночные победители выглядят более правополушарными. Эти правополушарники не испытывают страха, полагаются на свою интуицию и рассматривают окружающую среду как дружелюбное место для кооперации и установления горизонтальных связей. Естественный вопрос, который мы хотим обсуждать далее, таков: можем ли мы имитировать такую разницу в картине мира, свойственную людям с доминантностью различных полушарий мозга, используя простые математические модели? Мы будем предполагать, что для этого будет естественно использовать многоагентную модель, в которой могут быть смоделированы лево- и правополушарные агенты. Но как описать эти два типа агентов?

Здесь может оказаться полезным второй предшественник. В «*алгебре совести*», развитой *Лефевром*, аргументируется возможность существования в действительности лишь двух типов этических систем. Можно предположить, что такая дихотомия может возникать вследствие асимметрии

мозга, и вследствие доминантности левого или правого полушария мозга.

Мы также покажем, что элегантный формализм Лефевра может быть естественным образом использован для разработки модели агентов, имеющих лево- и правополушарную доминантность. Более того, мы будем приводить аргументы в пользу того, что лишь две разумные стратегии принятия решений возникают в популяциях, в которых агенты стремятся сохранить свои физический и ментальный ресурс. По-видимому, наиболее интересной особенностью модели является та, что чистые сообщества, состоящие из лево- и правополушарных агентов с дружественными и конкурентными отношениями, соответственно, описываются известными квантовыми распределениями — Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна.

Мы полагаем, что данное обстоятельство находится в согласии с нашей целью — имитировать наличие представления о конкурентной среде у левополушарных людей (выражаемое в эффективном отталкивании фермионов) и кооперации правополушарных (что можно соотнести с эффективным притяжением бозонов).

Нас не должно удивлять, что такие известные распределения возникают в нашей классической многоагентной модели. Существуют различные системы, как квантовые, так и классические, чье состояние равновесия описывается квантовыми статистическими распределениями.

Например, *Эванс* [31] обнаружил Бозе-Эйнштейновскую конденсацию при решении гетерогенной задачи перевозок (прыжков частиц). *Бьянкони* и *Барабаси* [41] показали, что статистика Бозе-Эйнштейна описывает растущую интернет-сеть (такая сеть постоянно растет путем добавления и удаления новых узлов и связей). *Сталиунас* [33] привел аргументы в пользу того, что Бозе-Эйнштейновская конденсация может возникать в классических системах, далеких от состояния и теплового равновесия, за счет когерентной динамики, или эквивалентной автокаталитической динамики в пространстве импульсов системы. Существенным условием для появления Бозе-Эйнштейновского распределения в данном случае является то, что случайная миграция частиц в пространстве импульсов зависит от степени занятости состояний этого пространства. Это типично для многих нелинейных систем. Поэтому, квантовый характер системы не является существенным ингредиентом Бозе-Эйнштейновской конденсации. Также, *Бьянкони* недавно обнаружила, что растущее дерево Кели, имеющее качественно разные узлы и тепловой шум, описывается статистикой Ферми-Дирака [34]. Ранее *Деррида* и *Лебовиц* обнаружили [35], как распределение Ферми-Дирака, так и Бозе-Эйнштейна при рассмотрении полностью асим-

метричных процессов исключения на кольце с  $N$  сайтами и  $p$  частицами. Мы покажем, что квантовые статистические распределения описывают также популяции агентов, обитающих в клеточной модели мира, описываемой в следующем разделе.

### Клеточная модель мира

Предположим, что мир состоит из  $n$  клеток, в которых может находиться, в общем случае, произвольное число агентов  $x^{(\alpha)}$ ,  $\alpha = 1, \dots, N$ .

Каждый агент обладает двумя типами ресурсов: физическим и ментальным, которые характеризуются действительными значениями  $p^{(\alpha)} \geq 0$  и  $m^{(\alpha)} \geq 0$ .

Агент  $x^{(\alpha)} = \{p^{(\alpha)}, m^{(\alpha)}\}$  умирает, если любой из его ресурсов обнуляется. Таким образом, для выживания любой агент должен поддерживать положительными свой физический и ментальный ресурсы в любой момент времени  $t \geq 0$ :  $p^{(\alpha)}(t) \geq 0$  and  $m^{(\alpha)}(t) \geq 0$ .

Предохранение обоих ресурсов от исчезновения представляет собой, в общем случае, противоречивую задачу.

Предположим, что каждый агент должен за время  $\Delta t$  затратить некоторый физический ресурс  $\gamma \Delta t$  ( $\gamma > 0$ ,  $\tau > 0$ ) для сохранения своей физической структуры. Этот процесс сопровождается безусловным уменьшением физического ресурса агента.

К счастью, любой агент может потребить некоторую величину физического ресурса (еды)  $h \Delta t$ , которая возникает случайным образом в клетках мира. Для этого агент должен сменить клетку, в которой он находится, если такая еда возникает в другой клетке (он должен перейти в последнюю). Если же еда возникает в той клетке, в которой агент уже находится, то он может употребить ее тут же.

Мы будем предполагать, что одна и та же порция еды возникает в разных клетках мира с разной частотой  $f_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , отражающей привлекательность данной клетки для агента. Мы также предположим, что в интервал времени  $\Delta t$  агент может употребить  $h \Delta t$  ( $h > 0$ ) физического ресурса в любой клетке, где эта величина появится.

Предположим, что если агент *меняет свою клетку* для того чтобы употребить еду, его *ментальный* ресурс уменьшается на единицу. Мы будем интерпретировать такую ситуацию как если бы агент тратил свой ментальный ресурс на решение проблемы физического выживания. Мы также будем предполагать, что агент не может никоим образом увеличивать или

компенсировать свой ментальный ресурс. Конечно, если еда появляется в той клетке, в которой находится агент он может употребить ее без изменения ментального ресурса<sup>3</sup>.

Мы будем интерпретировать появление еды в клетке, не занятой данным агентом, как *предложения окружающей среды изменить ментальность агента* или, что то же самое, заплатить единицей ментального ресурса за еду.

Пусть бинарная (булева) переменная  $a$  обозначает такое предложение, причем  $a = 0$ , если окружение предлагает сменить клетку.

Появление единицы физического ресурса в клетке, уже занятой данным агентом, может трактоваться как предложение ему *сохранить свою ментальность* и употребить еду бесплатно.

Пусть  $a = 1$ , если окружение предлагает агенту сохранить свою клетку.

Предположим, что любой агент может принять или отвергнуть такое предложение и что его решение является булевой функцией  $a$ , обозначаемой как  $\psi(a)$ . Пусть  $\psi(a) = 0$  означает, что агент решил сменить клетку и занять другую, затрачивая свой ментальный ресурс, но употребляя еду, которая (к сожалению) предлагается в другой клетке. Аналогичным образом,  $\psi(a) = 1$  означает, что агент решил остаться в своей старой клетке. Последнее решение сопровождается сохранением его ментального ресурса и уменьшением физического ресурса (если  $a = 0$ ) или же бесплатным увеличением физического ресурса, если он, на счастье, возникает в той клетке, где агент уже находится (если  $a = 1$ ).

---

<sup>3</sup>Необходимо уточнить далее наши концепции клеток мира и ментального выживания. Мировые клетки не следует рассматривать как ячейки некоторого физического пространства. Они не имеют соседних или далеких клеток, так что никакая метрика не вводится. Каждая из клеток может быть охарактеризована набором параметров, таких как (музыкант, юг) В таком случае для агента, занимающего такую клетку не принципиально, возникает ли пища в Миланском оркестре или в Барселонском оркестре. Он может менять свое реальное географическое положение, но будет оставаться в той же мировой клетке. Наоборот, если еда возникает в Стокгольмском оркестре, он должен сменить свою клетку, поскольку клетка с едой это теперь (музыкант, север). Агенту будет также необходимо изменить клетку для употребления еды, если от него потребуется стать ковбоем или поехать на Восток. Может показаться, что концепция мировой клетки довольно субъективна. Но мы будем предполагать, что все агенты имеют одинаковое представление о делении мира на такие клетки, так что эта клеточная структура может считаться объективной

### Модель с отсутствием взаимодействий между агентами

Далее мы введем взаимодействие между агентами, но вначале рассмотрим модель без взаимодействий.

Давайте покажем, что существуют *только две различные стратегии* выживания невзаимодействующих объектов в описанном выше клеточном мире.

Мы уже предположили, что решение агента может быть описано булевой функцией одной переменной:

$$\psi = \psi(a). \quad (4)$$

Существуют четыре различных функции такого типа и мы обсудим их все. Первые две из них таковы:

- Если  $\psi(a) \equiv 0$ , то агент будет менять клетку, в которой он находится каждый раз при появлении еды, даже если она появится в клетке, где он уже находится. Это *совершенно неразумная стратегия*, так как она сопровождается неизбежным снижением ментального ресурса до фатального нулевого значения, т. е. до *ментальной гибели агента*.
- Если  $\psi(a) = \bar{a}$ , то агент будет всегда действовать вопреки предложению среды: Он будет менять свою клетку, если еда возникает как раз в ней, и будет оставаться в своей клетке, если еда будет возникать в другой клетке. Очевидно, что такой агент будет постепенно терять свой физический ресурс вплоть до своей *физической гибели*.

Заметим, что в обоих рассмотренных выше случаях новая клетка, в которую агент стремится перейти, когда окружение этого не требует, не определена. Таким образом, поведение агента в этих случаях будет выглядеть как случайное блуждание и динамика агента будет отчасти *стохастической*.

Рассмотрим теперь две *разумные стратегии*:

- Первая описывается булевой функцией

$$\psi(a) = 1. \quad (5)$$

Агент сохраняет свой ментальный ресурс независимо от того, в какой клетке появляется еда. Так как эта еда может случайно возникнуть и в клетке, в которой данный агент уже находится, то он имеет также и шанс выжить физически, если такое счастливое событие происходит достаточно часто.

- Вторая разумная стратегия описывается функцией

$$\psi(a) = a. \quad (6)$$

Используя эту стратегию, агент всегда следует предложению среды, увеличивая свой физический ресурс путем потребления еды. Он также имеет шанс сохранить свой ментальный ресурс в ситуациях, когда среда не требует от него сменить занимаемую клетку.

Дадим некоторую интерпретацию этих двух разумных стратегий. Для этого удобно представить соответствующие булевы функции в экспоненциальном виде:

$$\psi_R(a) = 1 \equiv a^a, \quad (7)$$

$$\psi_L(a) = a \equiv a^{\bar{a}}, \quad (8)$$

где

$$a^c = a + \bar{c} = c \rightarrow a \quad (9)$$

есть логическая импликация.

Мы будем называть эти стратегии *правополушарной* и *левополушарной*, соответственно. Мы также будем называть агентов, следующих этим стратегиям, *право(лево)полушарными* агентами. Можно привести некоторые предварительные аргументы в пользу такой интерпретации. Существуют некоторые экспериментальные свидетельства в пользу того, что правое полушарие не может строить логических отрицаний — все логические операции являются функциями левого полушария. Таким образом, принятие решения правополушарным агентом в случае  $a = 0$  может быть проинтерпретировано в нашей модели так:

- Правополушарный агент *представляет*, что он *следует предложению среды* сменить клетку и уменьшает свой ментальный ресурс. Эта возможность потери себя при смене мировой клетки *ужасает его* и он отвергает такое предложение.

Напротив, левополушарный агент может создать ментальный образ, который соответствует *логической инверсии предложения среды*. Так что его принятие решения может быть описано так:

- Левополушарный агент *представляет*, что он *отвергает предложение среды* употребить еду в той или иной клетке. Эта возможность упустить шанс увеличить свой физический ресурс *ужасает его* и он следует предложению среды.

Мы увидим далее, что существуют также и другие аргументы в пользу такой интерпретации двух разумных стратегий<sup>4</sup>.

### Правополушарная стратегия

Пусть *взаимодействие агента со средой*, заключающееся в предложении агенту  $h$  единиц физического ресурса, имеет характерное время  $\tau$ . Таким образом, вероятность агенту не получить предложения от среды убывает как  $e^{-t/\tau}$ .

Динамика популяции, состоящей только из правополушарных агентов, очень проста. Такие агенты не меняют своих клеток, а также не меняют своего ментального ресурса. Если число агентов в клетке  $i$  есть  $N_i$ , то

$$N_i(t) \equiv N_i(0), \quad (10)$$

$$m^{(\alpha)}(t) \equiv m^{(\alpha)}(0). \quad (11)$$

Их физический ресурс  $p^{(\alpha)}(t)$ , однако, изменяется во времени. Предположим, что за время  $\tau$  агент тратит в среднем  $\gamma\tau$  единиц физического ресурса. Тогда

$$p^{(\alpha)}(t + \Delta t) = p^{(\alpha)}(t) - \gamma \frac{\Delta t}{\tau} + f_i h \frac{\Delta t}{\tau}, \quad \alpha \in C_i, \quad (12)$$

<sup>4</sup>Один из таких аргументов был представлен Ротенбергом и Аршавским. Они предположили, что «... в наиболее общей форме различие между двумя стратегиями мышления сводится к противоположным способам организации смысловых связей между элементами информации. «Левополушарный способ» мышления так организует любой знаковый материал (как символический, так и иконический), чтобы получился строго упорядоченный и однозначно понимаемый контекст. Его формирование требует активного выбора, вне реальных и потенциальных связей между многоформными объектами и явлениями, небольшого числа определенных связей, которое не приведет к созданию внутренних противоречий (!) и облегчит упорядоченный анализ... Напротив, функция «правополушарного» «образного» мышления заключается в одномоментном схватывании бесконечного числа связей и формирование в результате такого схватывания интегрального, но *противоречивого контекста*. В таком контексте, целое не определяется своими частями, так как все специфические черты целого определяются только связями между этими частями. Наоборот, любой конкретный элемент такого контекста несет на себе печать целого. Новый опыт инкорпорируется в эту холистическую картину мира. Индивидуальные элементы образа взаимодействуют друг с другом во множестве семантических плоскостей одновременно. Примерам таких смысловых связей являются связи между образами в сновидениях, или в творчестве. Преимущества такой стратегии мышления проявляют себя только если информация является сложной, внутренне противоречивой и существенно не сводимой к непротиворечивому контексту» [30].



где  $\alpha \in C_i$  означает, что  $\alpha$  агент занимает клетку  $i$ .

Устремляя  $\Delta t \rightarrow 0$ , получим

$$\frac{d}{dt}p^{(\alpha)} = -\frac{1}{\tau}(\gamma - hf_i), \quad \alpha \in C_i, \quad (13)$$

Из (13) следует, что

$$p^{(\alpha)}(t) = p^{(\alpha)}(0) - \frac{1}{\tau}(\gamma - hf_i)t, \quad \alpha \in C_i. \quad (14)$$

Таким образом, правополушарный агент будет выживать в тех клетках, для которых  $hf_i \geq \gamma$ . Для клеток, у которых  $hf_i < \gamma$ , его физическая жизнь будет иметь продолжительность

$$T_{phys}^{(\alpha)} = \frac{\tau p^{(\alpha)}(0)}{\gamma - hf_i}. \quad \alpha \in C_i. \quad (15)$$

Следовательно, правополушарная стратегия является абсолютно пассивной и выживание агента зависит только от параметров среды, а также от шанса агенту занять изначально счастливую клетку.

### Левополушарная стратегия: Распределение Гиббса

Левополушарные агенты меняют свои клетки для потребления пищи, которая им предлагается. Следовательно, среднее число частиц в клетке  $\langle N_i \rangle$  становится функцией времени  $\langle N_i(t) \rangle$ . Конечно, нам приходится использовать средние величины, поскольку предложение пищи носит случайный характер. В интервале времени  $[t, t + \Delta t]$  средние величины  $N_i$  будут возрастать вследствие прибытия агентов, принявших предложение употребить еду в  $i$ -й клетке и будут уменьшаться вследствие того, что некоторые агенты, которые вначале занимали клетку  $i$ , получают предложение пищи в других клетках. Соотношение баланса

$$\begin{aligned} \langle N_i(t + \Delta t) \rangle = \langle N_i(t) \rangle + \sum_{j \neq i} f_j \left( \frac{\Delta t}{\tau} \right) \langle N_j(t) \rangle - \\ - \sum_{j \neq i} f_j \left( \frac{\Delta t}{\tau} \right) \langle N_i(t) \rangle. \end{aligned} \quad (16)$$

В пределе  $\Delta t \rightarrow 0$  получаем уравнение:

$$\frac{d}{dt}\langle N_i(t) \rangle = -\frac{1}{\tau}\langle N_i(t) \rangle + \frac{f_i N}{\tau}. \quad (17)$$

Его решение имеет вид:

$$\langle N_i(t) \rangle = (\langle N_i(0) \rangle - f_i N)e^{-t/\tau} + N f_i. \quad (18)$$

Очевидно, что асимптотически распределение средней занятости стремится к распределению частот представления пищи:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \langle N_i(t) \rangle = N f_i. \quad (19)$$

Следуя [32], введем энергию ячейки:

$$\epsilon_i = -\theta \log f_i, \quad (20)$$

где параметр  $\theta$  характеризует температуру среды.

Тогда равновесное распределение (19) принимает форму распределения Гиббса

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \langle N_i(t) \rangle = N e^{-\epsilon_i/\theta}. \quad (21)$$

Чтобы получить среднее время жизни левополушарных агентов, вспомним, что они постепенно теряют свой ментальный ресурс, меняя клетку, в которой они находятся.

По определению, средний ментальный ресурс для всей популяции составляет

$$\langle m(t) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \sum_{\alpha \in C_i} m_i^{(\alpha)}(t), \quad (22)$$

где  $C_i$  — это набор номеров агентов, занимающих  $i$ -ю клетку. Средний ментальный ресурс агентов, занимающих  $i$ -ю клетку, равен

$$\langle m_i(t) \rangle = \frac{1}{\langle N_i(t) \rangle} \sum_{\alpha \in C_i} m_i^{(\alpha)}(t). \quad (23)$$

Напишем балансное соотношение для интегрального ментального ресурса агентов, занимающих  $i$ -ю клетку, которое отражает утечку агентов с

предыдущим значением ресурса и также приток агентов из других клеток с ресурсами, уменьшившимися на единицу:

$$\begin{aligned} \langle N_i(t + \Delta t) \rangle \langle m_i(t + \Delta t) \rangle &= \langle N_i(t) \rangle \langle m_i(t) \rangle - \\ &- \sum_{j \neq i} f_j \left( \frac{\Delta t}{\tau} \right) \langle N_i(t) \rangle \langle m_i(t) \rangle + \\ &+ \sum_{j \neq i} f_i \left( \frac{\Delta t}{\tau} \right) \langle N_j(t) \rangle (\langle m_i(t) \rangle - 1), \end{aligned} \quad (24)$$

или

$$\begin{aligned} \langle N_i(t + \Delta t) \rangle \langle m_i(t + \Delta t) \rangle &= \langle N_i(t) \rangle \langle m_i(t) \rangle \times \\ &\times \left( 1 - \frac{\Delta t}{\tau} (1 - f_i) \right) + \\ &+ \sum_{j \neq i} f_i \left( \frac{\Delta t}{\tau} \right) \langle N_j(t) \rangle (\langle m_i(t) \rangle - 1). \end{aligned} \quad (25)$$

Переходя к пределу  $\Delta \rightarrow 0$  получим:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle N_i \rangle \langle m_i \rangle &= -\frac{1}{\tau} (1 - f_i) \langle N_i \rangle \langle m_i \rangle + \\ &+ \frac{f_i}{\tau} \left( \sum_{j \neq i} \langle N_j \rangle \langle m_j \rangle - \sum_{j \neq i} \langle N_j \rangle \right). \end{aligned} \quad (26)$$

Так как

$$\sum_{j \neq i} \langle N_j \rangle = N - \langle N_i \rangle, \quad (27)$$

и

$$\sum_{j \neq i} \langle N_j \rangle \langle m_j \rangle = \langle Nm \rangle - \langle N_i \rangle \langle m_i \rangle = N \langle m \rangle - \langle N_i \rangle \langle m_i \rangle, \quad (28)$$

после простых алгебраических преобразований получаем

$$\frac{d}{dt} \langle N_i \rangle \langle m_i \rangle = -\frac{1}{\tau} \langle N_i \rangle \langle m_i \rangle + \frac{N f_i}{\tau} (\langle m \rangle - 1) + \frac{\langle N_i \rangle f_i}{\tau}. \quad (29)$$

Суммируя (29) по  $i = 1, \dots, n$  и принимая во внимание что

$$\sum_{i=1}^n \langle N_i \rangle \langle m_i \rangle = N \langle m \rangle, \quad (30)$$

получаем

$$\frac{d}{dt}\langle m \rangle = -\frac{1}{N\tau} \sum_{i=1}^n (1-f_i)\langle N_i(t) \rangle. \quad (31)$$

Теперь, используя явную форму  $\langle N_i(t) \rangle$  можно проинтегрировать (31):

$$\begin{aligned} \langle m(t) \rangle &= \langle m(0) \rangle - \frac{t}{\tau} \sum_{i=1}^n f_i(1-f_i) - \\ &- \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (\langle N_i(0) \rangle - f_i N)(1-f_i) (1 - e^{-t/\tau}). \end{aligned} \quad (32)$$

Из этого выражения мы можем вывести трансцендентное уравнение для времени ментального выживания  $T_m$ , полагая

$$\langle m(T_m) \rangle = 0, \quad (33)$$

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{\tau \langle m(0) \rangle}{\sum_{i=1}^n f_i(1-f_i)} - \frac{\tau}{N \sum_{i=1}^n f_i(1-f_i)} \times \\ &\times \sum_{i=1}^n (\langle N_i(0) \rangle - f_i N)(1-f_i) (1 - e^{-T_m/\tau}). \end{aligned} \quad (34)$$

Если  $\langle m(0) \rangle$  достаточно велико, то

$$T_m \cong \frac{\tau \langle m(0) \rangle}{\sum_{i=1}^n f_i(1-f_i)}. \quad (35)$$

Из (35) следует, что если распределение предложение еды  $f$  стремится к сосредоточенному в одной клетке:  $f_i \rightarrow \delta_{ik}$ , то  $T_m \rightarrow \infty$ . Это означает, что если еда предлагается в единственной клетке, то левополушарные агенты немедленно занимают ее и могут поддерживать свой ментальный ресурс навсегда не тронутым. Заметим, что общее выживание будет гарантировано, только если физическое выживание будет обеспечиваться предложением еды.

### Взаимодействие агентов

Мы можем дальше развить модель, предполагая что агент может принять во внимание предложение другому агенту перед принятием решения. Это

может интерпретироваться, как если бы агент  $\alpha$  «взаимодействовал мысленно» с другими агентами. Мы предположим, что такое взаимодействие является парным, так что любой агент может принять во внимание ситуацию только с одним другим случайно выбранным агентом, включая самого себя. Конкретно, мы будем предполагать, что если еда предлагается агенту  $\alpha$ , то *этот агент воображает, что она также предлагается агенту  $\beta$*  — см. рис. 1. В согласии с Лефевром, мы будем также предполагать, что агент может рассматривать два типа отношений с другим агентом: дружественное и конкурентное.

Теперь решение агента  $\alpha$  зависит как от предложения среды  $a$  ему, так и от предложения ее  $b$  агенту  $\beta$  — с точки зрения агента  $\alpha$  та же самая единица физического ресурса предлагается и агенту  $\beta$ . Теперь намерение агента  $\alpha$  становится функцией двух переменных (см. рис. 1):

$$\psi = \psi(a, b). \quad (36)$$

Мы будем предполагать, что функция, описывающая решение правополушарного агента, совпадает с той, что описывает интенцию человека, относимого Лефевром ко второй этической системе [29]:

$$\psi_R = a^{a*b}, \quad (37)$$

где  $*$  = +, если *правополушарный агент* полагает, что агент  $\beta$  его друг и  $*$  = ·, если он полагает, что агент  $\beta$  его враг.

Решение (намерение) левополушарного агента будет определено в соответствии со случаем отсутствия взаимодействий путем логического отрицания выражения в показателе экспоненты. Таким образом,

$$\psi_L = a^{\overline{a*b}}. \quad (38)$$

Здесь, в соответствии с лефевровским определением, относящимся к агентам, принадлежащим к *первой этической системе* (которая в нашей модели отождествляется с левополушарной доминантностью), мы полагаем что  $*$  = ·, если *левополушарный агент  $\alpha$*  считает, что агент  $\beta$  его друг, и  $*$  = +, если он полагает, что агент  $\beta$  его враг.

Заметим, что если вид намерения правополушарного агента в нашей системе *совпадает* с таковым для индивидуума, принадлежащего второй этической системе, введенным Лефевром, то форма намерения левополушарного агента *отличается* от решения агента, принадлежащего первой

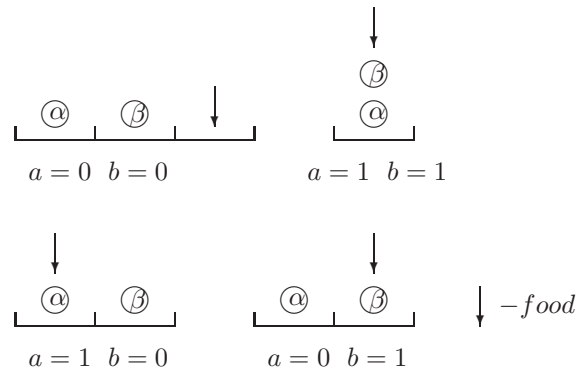


Рис. 1. Четыре различных случая предложения еды и соответственных параметров, описывающих предложения среды,  $a$  и  $b$ , агентам  $\alpha$  и  $\beta$ , соответственно

этической системе. Это различие выражается в логическом отрицании выражения, находящегося в показателе экспоненты (38).

Рассмотрим намерения двух типов агентов как *функции двух переменных*,  $a$  и  $b$ .

Для правополушарного агента  $\alpha$ , который рассматривает  $\beta$  как своего друга, мы получаем значения функции, приведенные в третьем столбце табл. 2. Посмотрим на вторую строку этого столбца: правополушарный агент следует предложению среды употребить еду в новой клетке со снижением ментального ресурса (действуя по сути как левополушарный агент), если только среда не требует сделать это его друга, с которым данный агент  $\alpha$  ментально взаимодействует. То есть, правополушарный агент меняет свою клетку и идет в другую клетку (где ему предлагается еда), если в этой новой клетке уже находится его друг, с которым агент  $\alpha$  ментально взаимодействует. Будем называть такую стратегию правополушарного агента «идти к другу».

Для правополушарного агента, который рассматривает агента  $\beta$  как врага, мы получаем решения, представленные в четвертом столбце табл. 2.

Видно, что враги *совершенно не влияют* на намерение правополушарно-

Таблица 3. Решения правополушарного агента, который учитывает предложение другу (3 столбец) и врагу (4-й столбец)

| $a$ | $b$ | $a^{a+b}$ | $a^{a \cdot b}$ |
|-----|-----|-----------|-----------------|
| 0   | 0   | 1         | 1               |
| 0   | 1   | 0         | 1               |
| 1   | 0   | 1         | 1               |
| 1   | 1   | 1         | 1               |

Таблица 4. Решения левополушарного агента, который учитывает предложение другу (3 столбец) и врагу (4-й столбец)

| $a$ | $b$ | $a^{a+b}$ | $a^{a \cdot b}$ |
|-----|-----|-----------|-----------------|
| 0   | 0   | 0         | 0               |
| 0   | 1   | 0         | 1               |
| 1   | 0   | 1         | 1               |
| 1   | 1   | 1         | 1               |

го агента. Можно заключить, что в описываемой модели правополушарные агенты учитывают только ситуацию со своими друзьями.

Для левополушарного агента, который ментально взаимодействует с другом (с его точки зрения), мы получаем (третий столбец табл. 3), что друзья левополушарного агента не влияют на его решение. Наоборот, для левополушарного агента, который учитывает ситуацию с врагом, решения представлены в четвертом столбце табл. 3. Вновь, обращая внимание на вторую строку этого столбца, мы заключаем, что левополушарный агент действует как правополушарный, не следуя предложению среды употребить еду в другой клетке, если только среда не требует от его врага сменить его клетку (так что еда предлагается как раз в клетке, которую занимает случайно выбранный враг, с которым агент  $\alpha$  ментально взаимодействует). Другими словами, левополушарный агент не идет в новую клетку за едой, если его враг уже в ней. Будем называть такую стратегию левополушарного агента «не присоединяться к врагу». Можно заключить, что левополушар-

ные агенты принимают во внимание только ситуацию с врагами.

Интересно заметить, что решение левополушарного агента может быть представлено в более простой форме, которая не требует левеевского использования различных операций для описания дружественных и конкурентных отношений в различных этических системах. Используя знаки  $+$  и  $\cdot$  для них (как для правополушарного агента), функция  $a^{\overline{a \cdot b}}$  может быть заменена тождественной ей функцией  $a^{\overline{a+b}}$ , а функция  $a^{\overline{a+b}}$  — тождественной ей функцией  $a^{\overline{a \cdot b}}$ . Эти новые формы могут быть легко интерпретированы как такие, в которых левополушарный агент представляет, что как он, так и агент, с которым он взаимодействует, отвергают предложения среды.

Важно отметить, что описанные правила ментального взаимодействия агентов могут быть подтверждены лишь при использовании данной модели для описания реальных явлений. Главное оправдание для них состоит в том, что эти правила соответствуют правилам, сформулированным Левеевсом для второй этической системы (что нашло экспериментальные подтверждения [29]) и гипотезе о том, что только левое полушарие может осуществлять логические операции.

### Самовоздействие агентов

Нам следует также рассмотреть ситуацию, когда агент взаимодействует сам с собой при принятии решения. Напомним, что функция  $\psi(a, b) = a^{a+b}$  описывает ситуацию, когда правополушарный агент  $\alpha$  представляет себе ситуацию, в которой он находится в дружественных отношениях с агентом  $\beta$  (ментально взаимодействует с ним). Если агент  $\alpha$  выбирает  $\beta = \alpha$ , то он может представить ситуацию взаимодействия с собой. Поскольку трудно представить, что этот агент находится в дружественных или конкурентных отношениях с самим собой, то естественно рассмотреть в качестве такого взаимодействия *рефлексию* агента.

Для правополушарного агента такую рефлексию можно определить как

$$\psi = a^{a^a}. \quad (39)$$

Это выражение означает, что правополушарный агент воображает, что он представляет себя принимающим предложение среды. Очевидно, что для такого рефлексирующего (взаимодействующего с собой) агента

$$\psi = a + \overline{a^a} = a + \overline{a + \overline{a}} = a + \overline{1} \equiv a. \quad (40)$$



Следовательно, такой агент действует как левополушарный агент! Таким образом, *взаимодействие правополушарного агента с самим собой превращает его в левополушарного агента*. Мы будем считать это единственным возможным следствием рефлексии правополушарного агента, следующего из его неспособности строить логические отрицания.

Напротив, мы будем предполагать, что в отличие от правополушарного агента рефлексирующий левополушарный может *либо* оставаться таковым, *либо* вести себя как правополушарный, то есть в модели будет существовать очевидная асимметрия между рефлексирующими правополушарными и левополушарными агентами: рефлексирующий правополушарный агент действует как левополушарный, но рефлексирующий левополушарный остается левополушарным или становится правополушарным.

Чтобы оправдать такую асимметрию и двойственность самовоздействия левополушарного агента рассмотрим еще одну интерпретацию ключевой для нас функции импликации.

### **Об общем случае взаимодействия агентов**

Ранее мы рассмотрели простейшие случаи динамики популяций невзаимодействующих агентов, имеющих различное доминирование полушарий. Для ментально взаимодействующих агентов аналогичное рассмотрение (относящееся, например, к выживанию агентов) является более сложным и мы планируем рассмотреть эту проблему в дальнейшем. Здесь же лишь отметим, что выживание агентов зависит от взаимодействия распределения агентов по клеткам и распределения предложения еды по клеткам. Оно также сильно зависит от конкретной структуры отношений между агентами (дружественных или конкурентных). Качественно, чем больше агентов рассматриваются данным правополушарным агентом как друзья, тем больше его мобильность в клеточном мире и больше шансов избежать физической гибели. С другой стороны, чем больше агентов рассматриваются данным левополушарным агентом в качестве врагов, тем больше вероятность отвергнуть предложение еды и больше шансов сохранить свой ментальный ресурс. В общем случае, при произвольных отношениях между агентами, многоагентная система может быть изучена главным образом путем компьютерного моделирования, а не аналитического рассмотрения.

Можно увидеть, как ментальное взаимодействие может усложнить свойства модели, рассматривая простейшие примеры, проиллюстрированные рис. 2. В первом случае два правополушарных агента, которые находятся

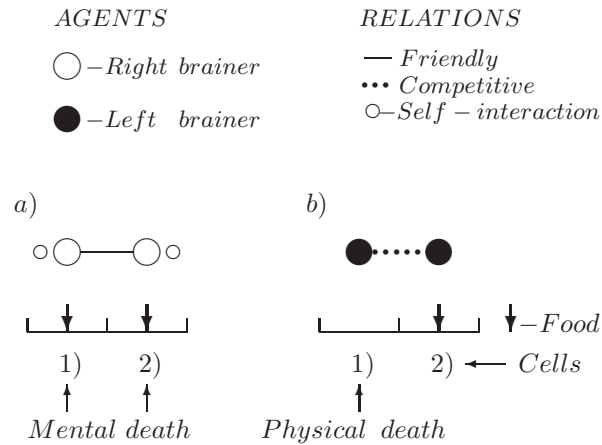


Рис. 2. **(a)** Два дружественных (оба агента рассматривают друг друга как друзей) рефлексивных правополушарных агента, живущих в двухклеточном мире, проявляют качественно поведение невзаимодействующих левополушарных агентов, если еда предьявляется равновероятно в обеих клетках. Эти агенты могут погибнуть вследствие недостатка ментального ресурса. **(b)** Левополушарный агент, занимающий первую клетку, в которой еда не предлагается, может погибнуть вследствие недостатка физического ресурса (как невзаимодействующие правополушарные агенты), если он находится в конкурентных отношениях с другим левополушарным агентом, занимающим вторую клетку, где еда предлагается. Заметим, что в этом случае мы исключаем самовоздействие агентов, так что агент из первой клетки не имеет шансов попасть во вторую.

в дружественных отношениях друг с другом, занимают две клетки (например, вначале один агент в клетке, как показано на рис. 2а). Если еда предлагается в обеих этих клетках, например, с одинаковой вероятностью, то поведение этих агентов будет качественно очень похоже на поведение невзаимодействующих левополушарных агентов. Таким образом, эти правополушарные агенты могут умереть вследствие истощения их ментальных ресурсов. В некотором смысле такое поведение выглядит неразумным, поскольку предложение пищи может дать им в некоторых случаях выжить физически без смены клетки пребывания. Во втором случае мы рассматриваем двух левополушарных агентов. Если агент, изначально занимающий первую клетку, находится в конкурирующих отношениях с другим левополушарным агентом, который занимает вторую клетку и еда предлагается только в этой последней клетке, то при отсутствии самовзаимодействия поведение первого агента будет аналогично поведению правополушарного агента в модели без взаимодействия. Например, агент, занимающий первую клетку, может погибнуть из-за нехватки физического ресурса. Заметим, что влияние самовоздействия (рефлексии), которое действительно дает агентом в популяции минимальную мобильность, уменьшается с ростом числа  $N$  агентов в популяции. Несмотря на сложность общей модели ментально взаимодействующих агентов, интересно рассмотреть ее предельные случаи, которые ведут нас к квантовой статистике.

#### Правополушарная стратегия: Распределение Бозе-Эйнштейна

Рассмотрим сообщество агентов с правополушарной доминантностью, которые находятся в дружественных отношениях друг с другом<sup>5</sup>. Мы уже рассматривали случай невзаимодействующих правополушарных агентов и показали, что они занимают свои первоначальные клетки в любой момент времени  $t$ . Появление взаимодействия позволяет правополушарному агенту сменить свою клетку, если:

- он ментально взаимодействует с другом, который уже занимает клетку, в которой появляется еда — *идти к другу*;
- он ментально взаимодействует сам с собой — это рефлексивное взаимодействие превращает его поведение в левополушарно-подобное и позволяет сменить первоначальную клетку.

---

<sup>5</sup>Мы уже отмечали, что такие отношения типичны для правополушарных агентов.

Предположим, что агент  $\alpha$  занимает клетку  $j$ , но еда предлагается в клетке  $i$ . Пусть агент  $\alpha$  ментально взаимодействует со случайно выбранным агентом (включая себя). Вероятность того, что он выберет агента, который занимает как раз клетку  $i$  составляет  $\langle N_i \rangle / N$ , в то время как вероятность того, что он выберет себя составляет  $1/N$ . Таким образом, полная вероятность для агента  $\alpha$  перейти в клетку  $i$  составляет

$$p_{j \rightarrow i} = (\langle N_i \rangle + 1) / N. \quad (41)$$

Это в точности известная вероятность для занятия состояния  $i$  бозонами. Следовательно, ее применение ведет к Бозе-Эйнштейновскому распределению агентов в клеточном пространстве.

Действительно, так как вероятность появления еды в ячейке  $i$  составляет  $f_i$ , то вероятность агенту  $\alpha$  занять новую клетку  $i$  в интервале времени  $[t, t + \Delta t]$  пропорциональна  $(\langle N_i(t) \rangle + 1)f_i$ . После нормировки она может быть записана как

$$p_{j \rightarrow i} = \frac{(\langle N_i(t) \rangle + 1)f_i}{N}. \quad (42)$$

В состоянии равновесия, как это следует из *принципа детального баланса*, скорость обмена между двумя клетками  $i$  и  $j$  должна быть одинаковой:

$$\langle N_j \rangle (\langle N_i \rangle + 1) f_i = \langle N_i \rangle (\langle N_j \rangle + 1) f_j, \quad (43)$$

или, принимая во внимание (20),

$$\frac{\langle N_i \rangle}{\langle N_i \rangle + 1} e^{\epsilon_i / \theta} = \frac{\langle N_j \rangle}{\langle N_j \rangle + 1} e^{\epsilon_j / \theta}. \quad (44)$$

Так как последнее соотношение выполняется для любых  $i$  и  $j$ , то выражение в левой части является постоянной,  $e^{\mu / \theta}$ , где  $\mu$  — это химический потенциал, то

$$\frac{\langle N_i \rangle}{\langle N_i \rangle + 1} e^{\epsilon_i / \theta} = e^{\mu / \theta}. \quad (45)$$

Из последнего выражения немедленно следует, что

$$\langle N_i(\epsilon_i) \rangle = \frac{1}{e^{(\epsilon_i - \mu) / \theta} - 1}. \quad (46)$$

### Левополушарная стратегия: Распределение Ферми-Дирака

Рассмотрим теперь сообщество левополушарных агентов, которые находятся в конкурентных отношениях друг с другом. Согласно Вильямсу [22], именно *конкурентные* отношения типичны для левополушарных персон. С другой стороны, дружественные отношения, как мы говорили, не влияют на решения левополушарных агентов. Также, мы уже рассмотрели ранее случай невзаимодействующих левополушарных агентов и показали, что в равновесии они достигают распределения Гиббса. Появление ментального взаимодействия позволяет левополушарному агенту удержать свою клетку если он взаимодействует ментально с врагом, который уже занимает клетку, где предлагается еда (*не иду к врагу*).

Предположим, что агент  $\alpha$  занимает клетку  $j$ , а еда предлагается в клетке  $i$ . Далее нужно будет рассмотреть два случая самовоздействия агента.

Вначале предположим, что такое самовоздействие оставляет левополушарного агента левополушарным. Пусть далее агент  $\alpha$  случайно выбирает агента (включая себя) для ментального взаимодействия. Вероятность, что он выберет агента не занимающего клетку  $i$  составляет  $(N - \langle N_i \rangle)/N$ . Поэтому, вероятность агенту  $\alpha$  перейти в клетку  $i$  есть также

$$p_{j \rightarrow i} = \frac{N - \langle N_i \rangle}{N}. \quad (47)$$

Заметим, что агент  $\alpha$  может выбрать себя в качестве партнера для ментального взаимодействия. Но это, по предположению, не может изменить его намерения перейти в клетку  $i$ .

Вновь, так как вероятность появления еды в клетке  $i$  составляет  $f_i$ , то вероятность агенту  $\alpha$  занять новую клетку  $i$  в интервале времени  $[t, t + \Delta t]$  равна

$$p_{j \rightarrow i} = \frac{(N - \langle N_i(t) \rangle) f_i}{N}. \quad (48)$$

Используя вновь принцип детального баланса, мы учитываем, что в равновесии скорости обмена между двумя клетками,  $i$  и  $j$ , должны равняться:

$$\langle N_j \rangle (N - \langle N_i \rangle) f_i = \langle N_i \rangle (N - \langle N_j \rangle) f_j \quad (49)$$

или

$$\frac{\langle N_i \rangle}{N - \langle N_i \rangle} e^{\epsilon_i/\theta} = \frac{\langle N_j \rangle}{N - \langle N_j \rangle} e^{\epsilon_j/\theta}. \quad (50)$$

Как и ранее, поскольку последнее соотношение удовлетворяется для любых  $i$  и  $j$ , выражение в левой части постоянно,  $e^{\mu/\theta}$ . Таким образом,

$$\frac{\langle N_i \rangle}{N - \langle N_i \rangle} e^{\epsilon_i/\theta} = e^{\mu/\theta}. \quad (51)$$

Из последнего уравнения следует, что

$$\langle N_i(\epsilon_i) \rangle = \frac{N}{e^{(\epsilon_i - \mu)/\theta} + 1}. \quad (52)$$

Таким образом, в равновесии сообщество левополушарных агентов, которые находятся в конкурентных отношениях друг с другом, описывается обобщенным распределением Ферми-Дирака, в котором  $N$  фермионам дозволено оказаться в одном энергетическом состоянии. Можно считать это распределение обычным фермиевским с вырождением энергетического состояния  $g = N$ .

Если мы предположим, что самовоздействие левополушарного агента превращает его в правополушарного, то он не сможет переходить в иную клетку при таком самовоздействии. Это приведет к изменению выражения (47) на следующее

$$p_{j \rightarrow i} = \frac{N - (\langle N_i \rangle + 1)}{N} = \frac{(N - 1) - \langle N_i \rangle}{N}. \quad (53)$$

Рассуждения, аналогичные только что приведенным, дают следующее распределение агентов в этом случае:

$$\langle N_i(\epsilon_i) \rangle = \frac{N - 1}{e^{(\epsilon_i - \mu)/\theta} + 1}. \quad (54)$$

Это — распределение Ферми-Дирака, в котором  $N - 1$  фермионам дозволено оказаться в одном энергетическом состоянии. Можно считать, как и ранее, это распределение обычным фермиевским с вырождением энергетического состояния  $g = N - 1$ .

Такое тонкое различие двух распределений нам понадобится в дальнейшем.

Если термодинамическое равновесие может быть достигнуто за времена, за которые ни один агент не погибает вследствие истощения физического или ментального ресурса, то величина химического потенциала  $\mu$  может быть определена при использовании нормировки, как для сообществ

левополушарных агентов, так и для ранее рассмотренного сообщества правополушарных агентов:

$$\sum_{i=1}^n \langle N_i(\epsilon_i) \rangle = N. \quad (55)$$

Это соотношение отражает сохранение числа агентов.

Для правополушарных агентов, описываемых Бозе-Эйнштейновским распределением, мы получаем соотношение, из которого может быть найдено значение химического потенциала

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{e^{(\epsilon_i - \mu)/\theta} - 1} = N. \quad (56)$$

Очевидно, что это значение, в общем случае, зависит от температуры.

Для левополушарных агентов, подчиняющихся статистике Ферми-Дирака, мы получаем в случае сохранения левополушарности при самовоздействии

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{e^{(\epsilon_i - \mu)/\theta} + 1} = 1. \quad (57)$$

Во втором случае выражение похоже.

Заметим, что принцип детального баланса утверждает, что если  $\langle N_1 \rangle$  и  $\langle N_2 \rangle$  представляют собой среднее число состояний, помеченных 1 и 2, то число переходов из 1 в 2 должно равняться числу переходов из 2 в 1. Этот принцип сильнее, чем условие равновесия само по себе и глубоко связан с микроскопической обратимостью и взаимностью Онзагера. Он может использоваться не только для вывода распределения Ферми-Дирака для *фермионов* и распределения Бозе-Эйнштейна для *бозонов*, но также и для получения промежуточных квантовых статистических распределений для *анионов*. Замечательно, что статистические распределения для анионов могут быть получены без использования теоремы о связи спина со статистикой.

### Переключение полушарий и промежуточная квантовая статистика

Следует отметить некоторые дальнейшие возможные приложения данной модели. Очевидно, что при приближении к критическим режимам, когда физический или ментальный ресурс исчезает, агент может изменить свою

стратегию выживания, изменяя доминантное полушарие<sup>6</sup>. В то же время, *этическая система* агента не меняется. В нашем подходе более плодотворно рассмотреть *переключение стратегии* при удержании природы связей между агентами. Поэтому, динамика переключения полушарий может быть естественным образом введена в нашу модель. Хорошо известно, что нарушения циклов доминирования полушарий рассматривается некоторыми авторами как источник различных ментальных расстройств.

Например, *Петтигрю* предположил, что уменьшение скорости биполярной конкуренции — такая конкуренция как раз связана с переключением доминантности полушарий — является индикатором биполярного расстройства [37]<sup>7</sup>.

Следовательно, динамика переключения полушарий может быть использована для моделирования, например, маниакально-депрессивного синдрома, гипотетически вызванного взаимодействием агентов. Это открывает путь к учету социальных условий при развитии ментальных расстройств.

С этой точки зрения интересно изучить наиболее интересный общий случай популяции, состоящей из агентов с различной полушарной доминантностью и найти ее равновесные состояния. Представляется, что в этом случае будут адекватны более общие формы квантовой статистики. Например, как это было показано *Хуангом* [40], если допускается трансмутация бозонов и фермионов (в нашем случае она в точности соответствует переключению доминантности полушарий), то система состоящая из бозонов и фермионов будет иметь функцию статистического распределения анионов.

Промежуточные типы статистики могут быть найдены не только в системах квантовых квазичастиц. Например, *Бьянкони* представила случай негомогенной растущей *сложной сети* с различными свойствами узлов, демонстрирующей смешанную квантовую статистику [41].

---

<sup>6</sup>Заметим, что в *лефевровской Алгебре совести* изменение отношений агентов (от дружественного к конкурентному и наоборот) рассматривается как средство повышения его *этического статуса*.

<sup>7</sup>Свидетельство в пользу того, что межполушарное переключение связано с острой депрессией, и что это заболевание может *иницироваться* или *подавляться* электрической стимуляцией лишь одной половины мозга представлено в [38]. Недавно *Додсон* значительно уменьшил симптомы мании у пациента путем введения холодной воды в левое ухо [39]. В общем случае, левое полушарие чрезмерно активировано при мании, в сравнении с чрезмерной активацией правого полушария при депрессии. Так как тепловая вестибулярная стимуляция эффективно действует на одно полушарие, мания могла бы быть излечена тепловой стимуляцией слева, которая увеличила бы активность справа и, поэтому, уменьшила бы манию.



Критическая проблема введения механизма трансмутации должна быть рассмотрена и она представляется чрезвычайно важной, поскольку дает возможность найти долю лево- и правополушарно доминантных агентов в многоагентной модели с переключением полушарий.

Следует отметить другое возможное направление развития модели. Несмотря на возникновение квантовоподобных статистик в только что представленной модели, мы предполагаем тем не менее, что агенты действуют строго классическим образом: *либо* как правополушарные, *либо* как левополушарные (с возможным переключением доминантности). Так что любое наблюдение квантовоподобного статистического поведения популяции агентов не будет означать квантовый характер самих агентов. Тем не менее, возможно обобщить эту *классическую модель* на *квантовую область*, предполагая что агенты могут находиться в суперпозиции:

$$\psi = \beta|right\rangle + \gamma|left\rangle, \quad (58)$$

где  $\beta$  и  $\gamma$  являются комплексными амплитудами события, при котором агент действует как право- или левополушарная персона, соответственно.

Такая модель может иметь некоторую связь с *двусмысленной статистикой*, рассмотренной Медведевым [42]. В этом виде статистики все частицы имеют неизвестный тип. Это может быть следствием, например, осцилляции типа частицы, когда частицы являются в данный период бозонами, но затем превращаются в фермионы *и наоборот*<sup>8</sup>. В ходе парного взаимодействия частица распознает тип другой частицы (*и наоборот*) и взаимодействует с ней согласно ее выявленному типу.

Если вероятность того, что частица будет распознана как бозон (фермион) есть  $p_b(p_f)$ , то эти частицы будут подчиняться статистике анионов, которая может быть выведена с помощью деформированного коммутационного соотношения

$$a_i a_j^\dagger - q a_j^\dagger a_i = \delta_{ij}, \quad (59)$$

где  $q = (p_b - p_f)/(p_b + p_f)$ . Конечно, важно исследовать, обладают ли подобные обобщения представленной модели какими-либо новыми и *экспериментально проверяемыми* свойствами. Но этот вопрос выходит за рамки данной статьи.

<sup>8</sup>Таким образом, осцилляции доминирования полушарий могут быть описаны естественным образом.

### Заключение

Итак, мы показали, как можно сформулировать многоагентную модель, описывающую популяции агентов с различной доминантностью полушарий мозга и аргументировали, что такие популяции могут подчиняться известным квантовым статистикам и могут также в потенциале описываться промежуточными квантовыми статистиками. Это указывает на возможность применения квантовой статистики к изучению социальных и экономических явлений.

Применение формализма Лефевра к построению многоагентных экономических агентов могло бы, как и отмечал Лефевр, внести в них реалистический элемент, связанный с наличием у агента не только экономических, но и внеэкономических мотивов поведения. Задача построения таких моделей не кажется невозможной и надуманной. Но пользу такого подхода можно будет оценить только в ходе их детальной разработки и применения.

Автор надеется, что это может явиться некоторым аргументом в пользу того, что построение систем рефлексивных агентов полезно для мировой экономики.

### Литература

1. Дискуссия о нейрокомпьютерах — 10 лет спустя. — М.: МИФИ, 2000.
2. *Ежов А. А.* Что такое эконофизика? // В сб.: *Физическая экономика + эконофизика = ЭконоМИФИзика*. — М.: МИФИ, 2006, с. 16–24.
3. *Ezhov A. A., Khrennikov A. Yu.* Agents with left and right brain dominant hemispheres and quantum statistics // *Physical Review E*. — **71**, 016138, 2005.
4. Actes de la tables ronde *S.Carnot et l'essor de la thermodynamique*. — Paris, 1976.
5. *Mantegna R. N., Stanley H. E.* An introduction to Econophysics. — Cambridge, 2000.
6. *Foley D.* The strange history of the economic agent // *The New School Economic Review*. — **1**, 2004.
7. *Mirowski F.* More heat than light. — Cambridge University Press, 1989.
8. *Zaostrovstev A.* The principal conflict in contemporary Russian economic thought: Traditional approaches against economics. — HWWA *Discussion Paper 329*, Hamburg Institute of International Economics, 2005.
9. *Mirowski F.* Machine dreams. Economics becomes a cyborg science. — Cambridge University Press, 2001.
10. *Фейнман Р.* Характер физических законов. — М.: Мир, 1968.
11. *Keen S.* Debunking economics. A naked emperor of the social sciences. — Zed Books, 2002.

12. *Jinshan W., Zengru D., Yang Z. R.* Division of labor as the result of phase transition // *Physica A.* – **323**, pp. 663–676, 2003.
13. *Yasutomi A.* The emergence and collapse of money // *Physica D.* – **82**, pp. 180–194, 1995.
14. *Bouchad J.-P., Mézard M.* Wealth condensation in a simple model of economy // *Physica A.* – **282**, p. 536, 2000.
15. *Scafetta N., Picozzi S., West B. J.* An out of equilibrium model of the distributions of wealth // *Quantitative Finance.* – **4**, p. 353, 2004.
16. *Meyer D. A.* Quantum strategies // *Phys.Rev. Lett.* – **82**, pp. 1052–1055, 1999.
17. *Маслов В. П.* Квантовая экономика. – М.: Наука, 2005.
18. *Лефевр В. А.* Алгебра совести. – М.: Когито-Центр, 2002.
19. *Лефевр В. А.* Просчеты миротворчества // *Рефлексивные процессы и управление.* – том 2, № 2, 2002. – с. 48–51.
20. *Лефевр В. А.* Где искать истоки демографического кризиса? // *Независимая газета*, 22 ноября 2000 г.
21. *Павловский Г.* К теогонии братвы // *Русский журнал*, 10 ноября 1997 г.
22. *Вильямс Б.* Торговый хаос. – М.: Аналитика, 2005.
23. *Кругман П.* Великая ложь. – М.: АСТ, 2004.
24. *Петерс Э.* Хаос и порядок на рынках капитала. – М.: Мир, 2000.
25. *Маслов В. П.* Нелинейное среднее в экономике // *Математические заметки.* – **78**, pp. 377–395, 2005.
26. *Ezhov A. A., Khrennikov A. Yu.* On ultrametricity and symmetry between Bose-Einstein and Fermi-Dirac systems // *AIP Conf. Proc.* – **826**, issue 1, pp. 55–64, 2006.
27. *Epstein J. M., Axtell R. L.* Growing artificial societies — social science from the bottom up. – Brookings Institution Press, Washington; MIT Press, Cambridge, MA, 1992.
28. *Grothmann R.* Multi-agent market modeling based on neural networks. – PhD Thesis, University of Bremen, 2002.
29. *Lefebvre V. A.* Algebra of conscience. – Kluwer Academic Publisher, 2001.
30. *Rotenberg V. S., Arshavsky V. V.* // *Homeostasis.* – **38**, No. 2, p. 49 (1997).
31. *Evans M. R.* // *Europhys. Lett.* – **36**, p. 13 (1996).
32. *Bianconi G., Barabasi A.-L.* // *Phys. Rev. Lett.* – **86**, p. 5632 (2001).
33. *Staliunas K.* // e-print cond-mat/0001347 (2000).

34. Bianconi G. // *Phys. Rev. E.* – **66**, 036116, (2002).
35. Derrida B., Lebowitz J.L. // *Phys. Rev. Lett.* – **80**, 209 (1998).
36. Acharya R., Narayana Swamy P. // *J. Phys. A: Math. Gen.* – **37**, 2527 (2004).
37. Pettigrew J.D., Miller S.M. // *Proc. Roy. Soc.* – **B 265**: 2141A (1998).
38. Bejjani B.-P. et al. // *New England J. Medicine.* – **340**, 1476 (1999).
39. Dodson M.J. // *Neurol. Neurosurg. Psychiatry.* – **75**, 163 (2004).
40. Wung-Hong Huang // *Phys. Rev. E.* – **51**, 3729 (1995).
41. Bianconi G. // *Phys. Rev. E.* – **66**, 056123 (2002).
42. Medvedev M.V. // *Phys. Rev. Lett.* – **78**, 4147 (1997).
43. Mézard M., Parisi G., Sournas N., Toulouse G., Virasoro M.A. // *Phys. Rev. Lett.* – **52**, 1156 (1984).
44. Parisi G., Ricci-Tersenghi F. // *J. Physics A.* – **33**, 113 (2000)
45. Mantegna R.N. // *European Physical Journal B.* – **11**, 193 (1999).
46. Murtagh F. Identifying the ultrametricity of time series.
47. Rosu H.C., de la Cruz F.A. // *Physica Scripta.* – **65**, 377 (2002)
48. Rammal R., Toulouse G., Virasoro M.A. // *Reviews of Modern Physics.* – **58**, 765 (1986).
49. Lerman I.C. Classification et analyse ordinaire de données. – Paris: Dunod, 1981.
50. Murtagh F. // *J. of Classification.* – **21**, 167 (2004).
51. Ezhov A.A., Khrennikov A.Yu. On ultrametricity and a symmetry between Bose-Einstein and Fermi-Dirac systems // In: A.Yu.Khrennikov, Z.Rakic, and I.V.Volovich, Eds. *p-adic mathematical physics, AIP Conf. Proc.*, vol.826, pp. 55–64, 2006.
52. Cocchini G., Della Sala S., Beschin N. Assessment of anosognosia for hemiplegia.
53. Keenan J.P., Nelson A., O'Connor M., Pascual-Leone A. Self-recognition and the right hemisphere // *Nature.* – 409 (18), 305 (2001).
54. Turk D.J., Heatherton T.F., Kelley W.M., Funnell M.G., Gazzaniga M.S., Macrae N.C. Mike or me? Self-recognition in a split-brain patient // *Nature Neuroscience.* – **5** (9), pp. 841–842 (2002).

**Александр Александрович ЕЖОВ**, кандидат физико-математических наук, начальник лаборатории квантовых нейронных систем Троицкого института инновационных и термоядерных исследований (ТРИНИТИ). Области научных интересов — теория переноса нейтронов, нейронные сети, квантовые вычисления и эконофизика. Автор более 60 научных публикаций.